Classe :3 ème Sc.	SERIE D' EXERCICES Suites réelles	Ascolaire : 2010/2011

Exercice 1 :Q.C.M. Indiquer la bonne réponse a , b , c avec la justification :

1.Soit la suite (u_n) définie sur IN par : $u_n = \frac{\sqrt{2}^n}{10^5}$ alors

a) (u_n) converge vers 0 , b) (u_n) à pour limite $+\infty$ c) (u_n) n'a pas de limite .

2. u_n = n sin ($\frac{1}{n}$) , n $\in IN^*$ alors $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$ égale : a) 0 b) $+\infty$ c) 1 .

3. $u_n = \frac{n^2+2}{n}$, n $\in IN^*$ alors : a) u_n est bornée b) $u_n \geq$ n pour n $\in IN^*$ c) $u_n \leq 1$

4. $\lim\limits_{n\to+\infty} \frac{n+\cos n}{n+1}$ est : a) 0 b) 1 c) -1 .

5 .U une suite définie sur IN par $u_n = \frac{n+1}{2n+3}$ alors U à pour limite : a- $\frac{1}{5}$ b- $\frac{1}{2}$ c- $+\infty$.

Exercice 2 : On considère la suite (U_n) définie, pour tout entier naturel non nul, par $U_n = \sqrt{n} - \sqrt{n-1}$.

1) En calculant leurs carrés, comparer les nombres : $\left(\sqrt{n+1}+\sqrt{n-1}\right)$ et 2 $\sqrt{n}$
2) En déduire que la suite (U_n) est décroissante.
3) On pose $S_n = U_1 + U_2 + ... + U_n$. Exprimer S_n en fonction de n. Quel est le sens de variation de (S_n)?

Exercice 3 :

Soit (U_n) la suite réelle définie sur IN par $\begin{cases} U_0 = 1 \\ U_{n+1} = \frac{5U_n+3}{U_n+3} \end{cases}$; $n \in IN$

1)a)Montrer que $\forall n \in IN$, $U_{n+1} = 5 - \frac{12}{U_n+3}$.

b)Montrer par récurrence que $\forall n \in IN$, $0 \leq U_n < 3$.

c)Montrer que (U_n) est croissante .

2)Soit la suite (V_n) définie sur IN par $V_n = \frac{U_n-3}{U_n+1}$.

a)Montrer que (V_n) est une suite géométrique que dont on précisera le premier terme et la raison .

b)Donner V_n et U_n à l'aide de n

c)Calculer $\lim_{n\to+\infty} V_n$ et $\lim_{n\to+\infty} U_n$.

3)Soit la suite (W_n) définie sur IN par $W_n = U_n - 3$.

a)Montrer que $\forall n \in IN$,$\left|W_{n+1}\right| \leq \frac{2}{3}\left|W_n\right|$.

b)Montrer que $\forall n \in IN$,$|W_n| \leq 2(\frac{2}{3})^n$.

c)Calculer $\lim_{n\to\infty} W_n$ et retrouver $\lim_{n\to\infty} U_n$.

Exercice 4 :Soit (U_n) la suite définie par : $U_0 = 2$ et $U_{n+1} = \frac{U_n}{U_n+2}$, pour tout entier n.

1) Montrer que la suite (U_n) est définie pour tout entier n et que $U_n > 0$.
2) a) Démontrer que, pour tout entier n, $\frac{U_{n+1}}{U_n} \leq \frac{1}{2}$

   b) En remarquant que $\frac{U_n}{U_0} = \frac{U_n}{U_{n-1}} \times \frac{U_{n-1}}{U_{n-2}} \times \ldots \times \frac{U_1}{U_0}$ démontrer que $U_n \leq \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$

   c) En déduire une limite de U_n